instituto francés de investigaciones avanzadas. Arquímedes fue un gran geómetra; pero no olvidemos que también fue un ingeniero militar.

Y no olvidemos tampoco que las matemáticas, bajo diversas formas, juegan en nuestra vida social y cultural un papel que no hay que subestimar. No están sólo consideradas generalmente como el símbolo de la cientificidad (la *verdadera* ciencia *debe* ser matemática. . .) sino que la tradición francesa les ha otorgado un lugar privilegiado en la instrucción. A tal punto que cabe preguntarse si esa insistencia en la formación "abstracta" no comprometía, más o menos, la formación del "espíritu experimental". Y de hecho, no es raro que la enseñanza de la física misma tome un aspecto "axiomático" y "deductivo", que arriesga dar una idea falsa de lo que es la investigación efectiva en las ciencias de la naturaleza. Ya se trate de su utilización como medio de "selección" social, de la fascinación pitagórica que ejercen sobre numerosos espíritus (número de oro, cuadrados mágicos, etc.) o inclusive del empleo de sondeos, de estadísticas y de curvas por los *mass media*, el tema sería rico para una "sociología" de la influencia de las matemáticas. Si la "reina de las ciencias" debe mucho al mundo de los hombres ordinarios, se lo ha devuelto con creces.

Fuente: Thuillier, P., *El saber ventrílocuo. Cómo habla la cultura a través de la ciencia*. México: FCE, 1995.

IV. LAS MATEMÁTICAS: ¿CIENCIA DIVINA O CIENCIA HUMANA?

PARA Platón, las matemáticas expresaban una *necesidad divina:* el despliegue ideal de proposiciones rigurosamente articuladas. Euclides sigue siendo, desde ese punto de vista, el padre fundador: con él se impuso un modelo de exposición "axiomática" que está siempre muy vivo. Hacer matemáticas es enunciar ciertas proposiciones fundamentales de las cuales, gracias a unas reglas de deducción estrictamente definidas, se derivarán teoremas. En el siglo XIX y en el XX, este concepto axiomático-deductivo se refinó considerablemente. Para acrecentar el rigor demostrativo se recurrió a una *formalización* cada vez más profunda. En resumen, según los representantes de esta tendencia, las matemáticas se reducen a una especie de construcción simbólica que permite engendrar, mecánicamente, enunciados ciertos. Así, pues, se puede idealmente "escribir un tratado de matemáticas sin utilizar una sola palabra de la lengua usual".[1] Lo esencial es asegurar la prueba gracias a una extremada purificación del discurso.

En la práctica, pueden emplearse varios métodos, algunos más propiamente "matemáticos", otros más "lógicos". Pero tienen en común una misma finalidad: *explicitar* todas las presuposiciones iniciales

[1] Poincaré, *Science et Méthode,* Flammarion, p. 167.

Euclides visto por Max Ernst

"Euclides fue un genio malo, particularmente para la historia de las matemáticas y para su enseñanza", pues según Lakatos estuvo en el origen de una tradición que se puede calificar de dogmática; la prueba matemática se convierte en una especie de absoluto y la matemática "verdadera" está prácticamente reducida a una mecánica deductiva, operando a partir de axiomas ampliamente arbitrarios. Pero los mitos de la certidumbre perfecta y de la transparencia absoluta, impiden comprender cómo las matemáticas se constituyeron efectivamente y así captar el significado de las estructuras obtenidas. Este "anti-euclidismo" tiene por mira el culto excesivo de la axiomatización y de la formalización. No tiene nada que ver con la consigna burbakista "¡Abajo Euclides!", que impugna esencialmente la primacía dada al espacio euclidiano y a la geometría clásica.
(Fotografía de: Lauros-Giraudon)

(axiomas, definiciones) y presentar la matemática "verdadera" como esencialmente constituida por una gestión progresiva que prueba (y construye al mismo tiempo), unos teoremas. En sentido estricto, por otra parte, esos sistemas axiomáticos deductivos no siempre están formalizados (si se entiende por formalización la eliminación de todo metalenguaje un poco difuso). Pero se puede considerar, *grosso modo,* que las matemáticas actuales están ampliamente dominadas por un concepto euclidiano que otorga un buen lugar a la axiomatización y a la formalización. El interés del libro de Imre Lakatos, *Proofs and Refutations,* proviene de que pone en duda la especie de fascinación ejercida por este concepto (que él llama "formalista" o "deductivista", según los casos).[2] Habiendo fallecido el autor en 1974, se trata de una publicación que no pudo revisar y que, en lo esencial, reasume trabajos que datan del principio de los años 1960. Pero, según lo que podemos juzgar, el interés sigue siendo muy actual.

Tomar en serio la práctica de los matemáticos

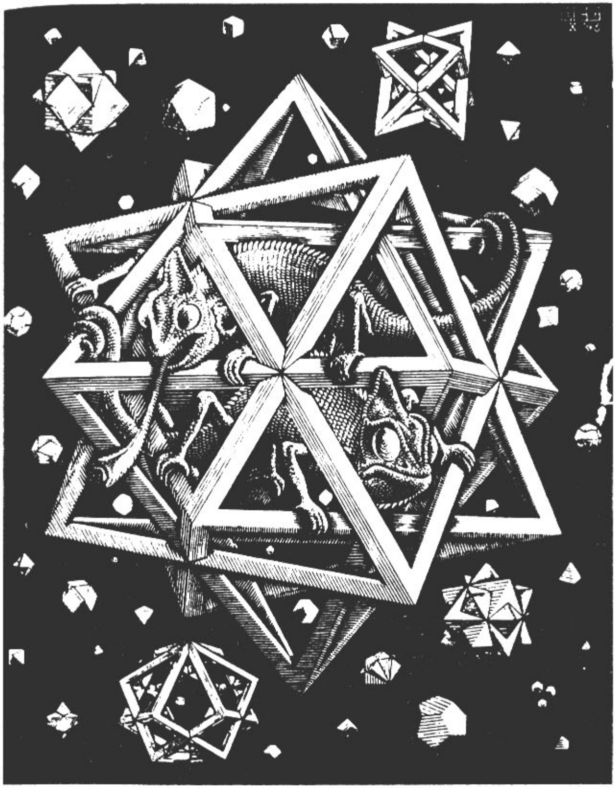
Popper emitió la idea de que las ciencias experimentales progresan *de problemas en problemas.* La física no parte de observaciones; parte de problemas, es decir, de situaciones donde se manifiestan ciertas interrogaciones que atañen a la coherencia de una teoría, la compatibilidad de dos teorías o la concordancia de una teoría con los "hechos". Asimismo, para Laka-

[2] I. Lakatos, *Proofs and Refutations,* Cambridge University Press, 1976.

tos, las matemáticas tienden primero a encontrar la solución de ciertos problemas y no a descubrir bellos axiomas escrutando el terreno de las ideas puras. La reconstrucción euclidoformalista, mediante el acento que pone en la deducción, hace olvidar la importancia de este punto de partida práctico. Hace creer (o deja que se crea) que los axiomas y definiciones cayeron del cielo; otorga privilegio, de manera exclusiva (o casi exclusiva), al establecimiento lógico de la demostración. El triunfo matemático, en el límite, es la tautología pura: el teorema no es sino la "repetición" (lógicamente hablando) de los *inputs* iniciales. En virtud de lo cual el matemático principiante se ve atestado por definiciones que sólo pueden parecerle totalmente *arbitrarias*.

Quizás más tarde, si no se desvía en el camino, tendrá la suerte de comprender por qué se había inyectado en las premisas los ingredientes necesarios para las conclusiones esperadas. Pero, según la ideología formalista, conviene disimular todas las investigaciones anteriores a la administración oficial de la prueba. Se hará alusión a ello, a lo mejor; pero no es cuestión de integrarlos al corpus de las matemáticas auténticas. Mostrar todos estos andamios sería comprometer la reputación de "certidumbre" que adquirieron las matemáticas. Platón ya lo había dicho: esta ciencia es divina. Y Hobbes, en *Leviatán,** lo repetirá: "Es la

* *Echecs et Maths.* Juego de palabras que puede significar, según el caso y sin tener en cuenta la ortografía, sino la pronunciación de esas dos palabras: JAQUE y MATE puesto que en francés el AJEDREZ se llama *Jeu d'échecs;* o bien, en el caso del libro de *Stella Baruk,* "Fracasos y matemáticas", porque en el lenguaje de los escolares *Maths* quiere decir "matemáticas". *Échecs,* en francés, es fracasos.



Estrellas (Grabado sobre madera de M. C. Esther)

Cuando nos damos cuenta de que una propiedad atribuida de manera general a los poliedros, no se ha verificado sobre un poliedro particular, se presentan varias tácticas posibles: se puede rechazar o transformar el teorema, se le puede agregar una cláusula de salvaguarda destinada a negar que el contra-ejemplo sea "verdaderamente" un poliedro. se puede también, más radicalmente, proceder a una especie de golpe de fuerza; por decreto se afirma que únicamente los poliedros que verifican el citado teorema son los poliedros auténticos. A partir de ello todo está en orden; pero, ¿qué significa exactamente esa victoria? Así se plantean delicadas e importantes cuestiones sobre el objeto de las matemáticas y en particular sobre sus relaciones con la realidad (ya se trate de la realidad de ciertas entidades propiamente matemáticas o de la realidad del mundo físico).

única Ciencia que Dios, hasta hoy, ha dado a la humanidad." La epistemología euclidoformalista, que mezcla tan oportunamente lo arbitrario de las presuposiciones con la necesidad autoritaria de las conclusiones, es el reflejo de dicha teología particular. Lakatos, para designar todo esto, habla de una concepción "infalibilista". Uno de sus numerosos defectos es que no permite pensar correctamente el desarrollo real de las matemáticas. René Thom, sobre este punto, confirma a Lakatos: "En la práctica, el pensamiento del matemático no es nunca un pensamiento formalizado." Claro está, la forma axiomático-deductiva es una etapa del todo legítima en sí; pero su supervalorización y su culto casi exclusivo tienen que denunciarse en nombre mismo de la vida práctica de las matemáticas. Tal como también lo dijo Thom: "El acento puesto en lo axiomático por los modernistas es una aberración." [3]

Racionalidad axiomática y racionalidad heurística

Tranquilicemos desde luego a los "racionalistas". Lakatos no niega toda lógica. No impugna todo interés en los métodos rigurosos que aseguraron el éxito que ya sabemos. Sólo quiere —y muy "racionalmente"— establecer lo que podríamos llamar una epistemología falibilista, capaz de dar cuenta de las gestiones matemáticas reales en toda su diversidad, en todos sus tanteos. La actividad matemática no consiste en plantear primero, en un suelo virgen, axiomas minuciosamente preparados de donde emanará todo el resto. Para comprender lo que ocurre hay que liberarse del mito axiomático y rechazar la distinción a la que conduce; de un lado, "el contexto del descubrimiento"; del otro, el "contexto de la prueba".

Porque las etapas del descubrimiento efectivo también merecen un tratamiento epistemológico. Es simplista no ver más que la "prueba" y mandar todo el resto al psicólogo o a "la pequeña historia" (o incluso a las "intuiciones geniales"). Todas las maniobras intelectuales que engendran, de hecho, la solución de un problema, son, según el punto de vista estrictamente axiomático, rechazadas al exterior de la "lógica" de las matemáticas. Lakatos, al contrario, piensa que una "lógica situacional" es posible. Una heurística, bien concebida, puede y debe rendir cuenta de todo lo que hay de *racional* en la investigación "informal". Más aún: es la comprensión de la fase de búsqueda la que permite comprender el significado de lo que ha sido encontrado. Lakatos, para confirmarlo, nos cuenta a su manera la historia de una conjetura referente a los poliedros.

Los poliedros y sus avatares

Lakatos, para hacer revivir el dinamismo de la situación teórica de los poliedros, imagina que los alumnos y el profesor de una clase están discutiendo. El *problema* es el siguiente: ¿existe acaso una relación entre el número de los vértices (V), el número de aristas

[3] *Pourquoi la mathématique?*, UGE, col. "10/18", 1974, pp. 48-49. Esta recopilación contiene textos muy interesantes. Ver también los trabajos del seminario sobre *Mathématiques, Mathématiciens et Société* (recopilación policopiada presentada por Pierre Samuel, Universidad de París, XI, 1974).

(A) y el número de caras (C) de un poliedro? De hecho, el diálogo ficticio que va a establecerse es la reconstrucción estilizada de las investigaciones a las cuales este problema dio lugar históricamente; tras la mayoría de las réplicas se esconden referencias precisas a los matemáticos del pasado. Cuando la discusión comienza, una *conjetura* acaba de ser encontrada, a saber, que $V - A + C = 2$. (Esta relación, históricamente, fue formulada por Euler en 1758.)[4] Se trata de saber si —y cómo— puede probársela. Para esto, el profesor sugiere un método (cuya idea remonta, de hecho, a Cauchy, 1813); se imagina un poliedro de caucho, se suprime una de sus caras, se le extiende sobre un plano, se opera una triangulación y se quitan los triángulos así obtenidos, uno por uno, realizando una cuenta adecuada. Si la prueba es buena, henos aquí propietarios de un "teorema". Pero. . .

Pero las interrogaciones críticas de los alumnos complican la situación. ¿Cómo estar seguro de que todo poliedro, después de suprimir una cara, puede ser extendido en un plano? ¿Cómo estar seguro de que las extracciones sucesivas dejarán siempre *un solo* triángulo? Etcétera. Para que la "prueba" sea válida, hay que suponer la admisión de por lo menos tres enunciados preliminares y la desgracia es que no son evidentes. Como lo dice irónicamente el alumno Alpha, al principio no había más que una proposición que demostrar; ¡ahora ya hay varias! "¡Es esto lo que llamáis una prueba!" Propiamente hablando, la demostración no ha sido refutada; únicamente se ha vuelto sospechosa. Pero el mismo alumno propone ahora

[4] Descartes formuló una relación análoga hacia 1639, pero razonando sobre las fases y los ángulos.

un contraejemplo (ver figura *a*); para esos dos cubos embutidos se puede comprobar que $V - A + C = 4$.[5] ¿Hay pues que abandonar la relación de Euler?

No necesariamente. Se puede superar la dificultad, por ejemplo, proponiendo una *nueva definición* del poliedro. En lugar de decir que "un poliedro es un *sólido*, cuya superficie está hecha de caras poligonales" se dirá que "un poliedro es una *superficie* consistente en un sistema de polígonos". De esta manera, los contraejemplos monstruosos quedan eliminados. . . Pero otros, por desdicha, van a surgir. Así, la figura *b* muestra un poliedro que responde a la definición que acaba de ser sugerida; pero éste es también patológico, puesto que $V - A + C = 3$. De nuevo, una política de protección es posible (y es Moebius quien históricamente sirve aquí de referencia): se decretará que un poliedro es un sistema de polígonos dispuestos de tal manera que [1] en cada arista haya dos (y sólo dos) polígonos que se encuentran y [2] sea posible ir del interior de un polígono al interior de cualquier otro polígono por un camino que no atraviese ninguna arista ni ningún vértice.

¿Por fin vamos a estar tranquilos? No. Pues si se considera el "erizo" de Kepler (figura *c*) como un poliedro cuyas doce caras son pentágonos en estrella, las dificultades vuelven a comenzar: $V - A + C = 6$. Es cierto que, en este caso, podemos salir adelante explicando que hay que ver el poliedro de otro modo, es decir, analizándolo en triángulos (y no como pentágonos estrellados). Pero una cabeza cortada hace re-

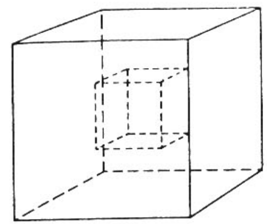
[5] En la historia real, este contraejemplo fue expuesto por primera vez por Lhuilier (1812-1813). Quizás Gergonne lo había adelantado.

nacer mil. La figura *d* muestra un poliedro de túnel que da V − A + C = 0. En resumen, allí donde las generaciones pasadas habían buscado el orden y la armonía están la anarquía y el caos (tal como debía decirlo Saks en 1933, cuando la teoría de las funciones también fue invadida por los monstruos. . .).

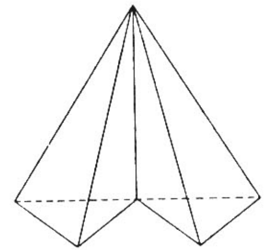
Por una epistemología "falibilista"

No insistamos; y digamos solamente que más adelante se encontraron demostraciones mas satisfactorias que esas diversas tentativas de *redefinición*. Pero decir que son más satisfactorias no significa que sean absolutamente perfectas y supriman todo problema. Así, Poincaré recurre al álgebra vectorial para demostrar la conjetura de Euler; pero esta reducción en favor de una "teoría dominante", juzgada más segura, levanta también problemas de fondo. Mencionemos por ejemplo aquél de la *traducción* de los enunciados originales a un nuevo lenguaje: ¿cómo estar seguros de que no se introduce una especie de deformación semántica? Teniendo en cuenta la especificidad de los enunciados iniciales, ¿no nos vemos acaso conducidos a recurrir, más o menos subrepticiamente, a convenciones de traducción que transforman el *contenido mismo* del teorema? Sobre estas y otras preguntas Lakatos formula observaciones fundamentales de las que es imposible hablar aquí. En todo caso, el problema queda planteado: ¿qué es probar? En el concepto euclidoformalista, la respuesta es en principio muy clara. Pero quizás aparecen algunas nubes tan pronto como se formula esta otra pregunta: *¿qué* se prueba? Pues hay que aceptar que una prueba puede o no ser

válida. Entonces habría que saber lo que ha sido probado y no imaginarse que el problema de "la prueba" queda automáticamente arreglado cuando se ha puesto en pie una hermosa deducción. Cristóbal Colón creía descubrir las Indias; de hecho, se trataba de otra cosa. Asimismo las "pruebas" matemáticas prueban alguna cosa, pero no siempre lo que creíamos probar.

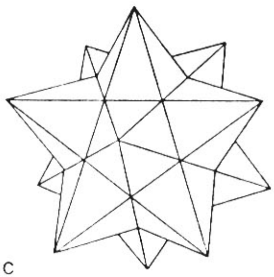


a

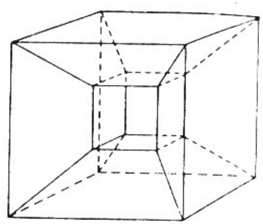


b

Lakatos, porque otorga a la prueba un estatuto "falibilista", puede *relativizar* cómodamente su valor. En dos palabras, no es grave confesar que una prueba, llamada rigurosa, es de hecho una falsa prueba (puesto que no ha probado lo que pretendía probar). Lo que cuenta es el aprovechamiento de la refutación: una vez que nos desembarazamos del mito de la prueba absoluta ya no tenemos por qué enrojecer por esos errores de puntería y tratar de disimularlos, sino ver en ellos, al contrario, la ocasión de proceder a una revisión. Durante siglos, este valor heurístico de las refutaciones fue muy mal percibido (o no fue percibido). En lugar de regocijarse por la aparición de una refutación, siempre susceptible de ser fecunda, el matemático "euclidiano" veía en ello una especie de agresión. Una prueba es absoluta o no lo es. De ahí el dilema: o bien la prueba queda verdaderamente refutada y entonces hay que abandonarla; o bien la prueba es buena y entonces hay qué negar el contraejemplo.



c



d

En el caso de los poliedros, la táctica se vio pues reducida generalmente a esto: no se tocaba a la prueba propiamente dicha; nos conformábamos con redefinir su "terreno de validez". Así como un naturalista puede calificar de monstruo a un animal que no está dentro de sus categorías, el matemático puede descalificar el caso recalcitrante; la prueba es santa e intocable; es el poliedro molesto el que tiene la culpa. Miremos bien: *no es verdaderamente* un poliedro. Aun Cauchy, según Lakatos, no supo ver cómo una "lógica heurística" podía organizar la explotación de los contraejemplos. No basta alzar en derredor del teorema "probado" una barricada protectora que excluya los "casos patológicos", las "excepciones" y otros borregos de cinco patas. Este procedimiento es extrínseco; no salva al teorema sino mediante decisiones a veces felices pero arbitrarias. Lo que se necesita es un análisis *intrínseco,* una gestión regresiva que permita integrar, den-

tro de los preliminares, las condiciones que justifiquen racionalmente la exclusión de los contraejemplos.

El problema de la convergencia uniforme: Cauchy, Abel, Seidel

El euclidismo, por su rigidez deductivista, impide interpretar correctamente numerosos episodios de la historia de las matemáticas. Para confirmar esta idea, Lakatos examina la conjetura formulada y "probada" por Cauchy en 1821: toda serie convergente de funciones continuas tiene por suma una función continua. De hecho, dicha prueba había nacido "refutada". . . Pues, retrospectivamente, podemos ver que Fourier, antes de 1821, había ya formado enunciados que, *ahora,* el historiador puede interpretar como contraejemplos.[6] Pero fue Abel, en 1826, quien hizo notar que había "excepciones" en el teorema de Cauchy. En aquella época, no lo olvidemos, no se confundía un teorema *falso* y un teorema sujeto a *algunas restricciones.* El matemático J. B. Bérard, un poco antes de 1820, había hecho expresamente esta distinción que el alumno Sigma, bastante insolente, resume gracias a un antiguo y buen proverbio: la excepción confirma la regla. Dirichlet, hablando en 1829 de las series de Fourier, se abstendrá prudentemente de evocar el asunto de los contraejemplos. Pero, en fin, el asunto existía y muchos se sentían molestos. En 1847, P. L. Seidel encontró la solución y explicitó una condición suplementaria que volvía correcta la prueba de Cauchy. Por su parte, Abel se había conformado con decir que ésta era válida sólo para las series enteras; conforme a la

[6] Ver Lakatos, apéndice I, p. 127 y *ss.*

táctica llamada "de eliminación de los monstruos" se quitaba de encima series recalcitrantes.[7]

La actitud de Abel parece, en la actualidad, tan inverosímil que los historiadores "racionalistas" rectifican la historia para cuadrarla con sus conceptos metodológicos. Quieren que Abel haya formulado, más o menos explícitamente, la idea de convergencia uniforme (Pringsheim, 1916; Hardy, 1918). Bourbaki, como se atreve a decir Lakatos, es "todavía más explícitamente falso"; pues afirma que "el error fue descubierto casi de inmediato por Abel, que probó al mismo tiempo que toda serie entera es continua en el interior de su intervalo de convergencia, mediante el razonamiento, que se ha vuelto clásico, que utiliza esencialmente, en ese caso particular, la idea de la convergencia uniforme". De hecho, Abel no recurre sino a una sola especie de convergencia: la convergencia simple. Su teorema no es válido sino porque restringe el campo a las series enteras y *no* porque defina explícitamente la condición de convergencia uniforme. Bourbaki agrega: "Ya no quedaba más que despejar [la idea de convergencia uniforme] de manera general, lo que fue hecho independientemente por Stokes y Seidel en 1847-1848 y por Cauchy mismo en 1853."[8] Seidel, observa Lakatos, no generalizó. Epistemológicamente trabajó en otro nivel que Abel: procedió a una refundición de la prueba gracias a la introducción de un nuevo concepto (que Abel ignoró).

[7] Todas las excepciones comunes eran series trigonométricas.
[8] N. Bourbaki, *Éléments d'histoire des mathématiques*, nueva edición, Hermann, 1974, p. 257.

El gran mérito de Seidel es el de haber definido expresamente lo que Lakatos llama el "proof analysis" que permite obtener *proof generated concepts*. Toda la obra de Lakatos está precisamente fundada sobre esta idea, a saber, que la fecundidad de las matemáticas dependen de ese ir y venir entre la refutación y la prueba. No hay tan sólo dos términos: el rigor axiomático por un lado y la intuición creativa por el otro, sino también gestiones *a la vez* informales y racionales que prohíben que se establezca un estricto dualismo entre la fase de descubrimiento y la fase de prueba. El pensamiento matemático no está concluido o, más exactamente, no está verdaderamente concluido sino cuando está muerto. Toda empresa que se da como fin máximo y casi exclusivo (re) construir las matemáticas axiomático-deductivamente es un disfraz *autoritario* y *místico*.

Autoritario, porque tiende a imponer prácticamente un cuadro rígido que arriesga con inhibir la imaginación de los investigadores. Místico, porque refuerza la creencia en el carácter "divino" de la certidumbre matemática y disimula, queriéndolo o no, las gestiones heurísticas que se encuentran en el corazón de la actividad de los matemáticos humanos. Lakatos, para designar las últimas consecuencias del dogmatismo axiomático-formalista habla de matemáticas *degeneradas*. Aunque más discreto, se une ciertamente con el juicio de Thom: "Es característico que, del inmenso esfuerzo de sistematización de Nicolás Bourbaki (. . .) ningún teorema nuevo de alguna importancia haya surgido."[9] Por otra parte, desde Gödel, las dificultades encontradas por los proyectos axiomático-formalistas se acrecentaron considerablemente (ver *la Recherche* núm. 54, marzo de 1975, p. 200) y es apenas exagerado decir que, ahora, la transparencia absoluta de las matemáticas no es, a lo mejor, sólo un mito, una ficción idealista en todos los sentidos de la palabra.

Desmitificar las matemáticas para volverlas inteligibles

¿Se puede considerar que *Proofs and Refutations* revela definitivamente la esencia de la matemática? Seguramente no. Y Lakatos lo sabía muy bien. Lo que él trató de "probar", otros tendrán razón al tratar de "refutarlo"... Quiso solamente criticar un concepto que le parece muy ampliamente inexacto y prácticamente esterilizante. Pero, como por lo demás dijo, ninguna interpretación global de este género excluye la posibilidad de contraejemplos. Por otro lado, hay que subrayar que Lakatos quiere criticar, ante todo, un *estilo práctico* y no una teoría, en el sentido estrecho. Pues al nivel de la teoría, el propio Bourbaki reconoció expresamente que el "concepto axiomático" no podía dar una justa idea de la vida real de las matemáticas; [10] Y Dieudonné, que conoce bien a Bourbaki, vio que las construcciones sintéticas de tipo hilbertiano podían engendrar perversiones.[11] Pero esta clase de

[9] "Les mathématiques 'modernes': une erreur pédagogique et philosophique?". *L'Age de la science,* jul.-sep., 1970, p. 232.

[10] Ver por ejemplo su artículo: "L'Architecture des mathématiques". *Les Grands Courants de la pensée mathématique* (presentados por F. Le Lionnais, *Cahiers du Sud,* 1948, pp. 35-47).

[11] Misma recopilación, p. 296.

¿Qué es "uno"?

Poincaré, ante lo que se podría llamar el aumento de los formalismos, manifestaba cierto escepticismo. En *Ciencia y método,* hace comentarios irónicos, como éste:

"Vemos al señor Burali-Forti definir el número 1 de la manera siguiente:

$$1 = {}_{\iota}T'\left[\text{Ko} \frown (u, h)\ \varepsilon\ (u\ \varepsilon\ \text{Un})\right],$$

definición eminentemente apropiada para dar una idea del número 1 a las personas que nunca habían oído hablar de él. Yo entiendo demasiado mal las lenguas paganas para atreverme a hacer una crítica, pero temo que esta definición contenga una petición de principio, dado que veo 1, en cifra, en el primer miembro y Uno, con todas sus letras, en el segundo."

Couturat, por su parte, define 1 sin recurrir a la palabra "uno". Pero recurre a la palabra "dos"... "Temo —declara Poincaré— que si preguntáramos al señor Couturat que son 'dos' se vea obligado a servirse de la palabra 'uno'."

declaraciones no cambian en nada el hecho de que, prácticamente, el bourbakismo difunde una ideología euclido-axiomático-formalista que podemos criticar en diversos planos.

Muy especialmente, desde el punto de vista epistemológico, se necesitaría examinar unas cuestiones esenciales que conciernen a la *semántica* y la *ontología:* ¿cuáles son las relaciones entre los formalismos y el "significado" de los enunciados matemáticos? ¿Cuál es el estatuto de las entidades y estructuras manipuladas por los matemáticos? ¿Cuál es su relación con "la realidad", en el más amplio sentido de la palabra? Cualesquiera que sean las respuestas aportadas a estos problemas (que atañen a la filosofía), parece que las ideas de Lakatos son muy pertinentes en lo que se refiere a la descripción del trabajo matemático efectivo, la historia de las ciencias y la pedagogía. Muchos fracasos o semifracasos de la enseñanza matemática podrían provenir de un desconocimiento de los aspectos heurísticos de la "reina de las ciencias". El realismo de Lakatos no solamente ayuda a comprender mejor esta aventura que es el desarrollo de las matemáticas: la vuelve atractiva. Buena ocasión para soñar con una enseñanza que supiera hacer más humanos y más inteligibles los misterios axiomático-deductivos.[12]

[12] Señalo estos dos libros, muy diferentes el uno del otro pero muy instructivos: D. Nordon, *Les Mathématiques pures n'existent pas!*, Actes Sud, 1981, y R. L. Wilder, *Mathematics as a Cultural System*, Pergamon Press, 1981.

V. NEWTON: EL ÚLTIMO DE LOS MAGOS

Cuando descubrió que Newton había estudiado la alquimia, Sir David Brewster, uno de sus biógrafos, se escandalizó: "No podemos comprender cómo un espíritu de tal potencia se haya entregado noblemente a las abstracciones de la geometría y al estudio del mundo material y haya podido rebajarse a volver a copiar la poesía alquímica más despreciable y a anotar una obra evidentemente producida por un insensato y un bribón."

Las condenables lecturas de Isaac Newton

Este texto data de 1855. Pero más tarde, en 1888 y en 1936, la situación se tornó aún más insostenible para aquellos que querían ver en Newton un puro "científico", un estricto "racionalista" o "un positivista". Era bien sabido que Newton se había interesado enormemente en la teología y en la Biblia. Pero 650 mil palabras consagradas a la alquimia, decididamente, ya era mucho. ¿Qué pensar de ello? El hombre de la gravitación universal ¿acaso había tomado en serio a Hermes Trismegisto, Artephius, Abraham el Judío, Nicolas Flamel, Michel Maier, Filaleto, Juan d'Espagnet? La puesta al día de nuevos manuscritos de Newton no confirmaba, por cierto, las ideas más corrientes sobre el gran "sabio" de los tiempos modernos.